

گزینه ۱

۱

شکل (الف) یک ماده فرومغناطیس با چهار حوزه در میدان خارجی صفر را نشان می‌دهد. در شکل (ب) ماده فرومغناطیس در میدان خارجی ضعیف قرار دارد، مرزهای حوزه‌ها جابه‌جا شده‌اند و در نتیجه ماده در مجموع تا حدودی خاصیت مغناطیسی پیدا کرده است. در شکل (پ) میدان خارجی آن قدر قوی است که تمام حوزه‌های مغناطیسی را همسو کرده است و ماده به حالت اشباع رسیده است.

گزینه ۴

۲

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} = \frac{5\cancel{\kappa}}{\cancel{\kappa}} \times \frac{\cancel{d} \times \frac{\cancel{d}}{2}}{\cancel{d} \times \cancel{d}} \times \frac{\cancel{d}}{\frac{\cancel{d}}{3}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{15}{2}$$

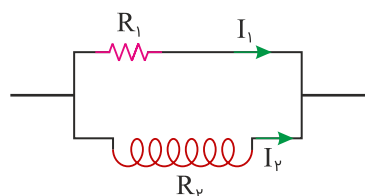
$$U = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{15}{2} \times \left(\frac{V}{3V}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{15}{2} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۲

۳

ابتدا جریان عبوری از سیم‌لوله را مشخص می‌کنیم. اختلاف پتانسیل دو شاخه بالا و پایین که موازی‌اند، یکسان است.

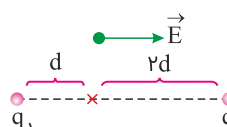


$$V_{\text{بالا}} = V_{\text{پایین}} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow 4 \times 8 = I_2 \times 8 \Rightarrow I_2 = 4 \text{ A}$$

حال با استفاده از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در داخل یک سیم‌لوله آرمانی، داریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{200}{0.5} \times 4 = 6/4\pi \times 10^{-4} \text{ T} \Rightarrow B = 6/4\pi \text{ G}$$

فرض می‌کنیم میدان برآیند به شکل زیر باشد:
بنابراین:



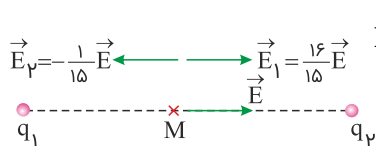
$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \quad (1)$$

با قرینه کردن علامت بار q_2 ، جهت میدان حاصل از آن برعکس شده ($\vec{E}'_2 = -\vec{E}_2$) و باتوجه به رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ با دور کردن بار q_1 از نقطه M به اندازه d ($d'_1 = 2d_1$) میدان حاصل از آن بدون تغییر جهت، $\frac{1}{4}$ میدان اولیه می‌شود ($\vec{E}'_1 = \frac{\vec{E}_1}{4}$)، بنابراین:

$$\vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 = \frac{\vec{E}}{3} \Rightarrow \frac{\vec{E}_1}{4} - \vec{E}_2 = \frac{\vec{E}}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \vec{E}_1 = \frac{16}{15} \vec{E}, \quad \vec{E}_2 = -\frac{1}{15} \vec{E}$$

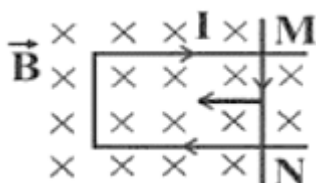
باتوجه به شکل، هر دو بار q_1 و q_2 مثبت هستند و نسبت آن‌ها ($\frac{q_1}{q_2}$) نیز مثبت خواهد بود (اگر جهت $\vec{E}$ برعکس فرض می‌شد، هر دو بار منفی می‌شدند).



$$\vec{E}_1 = \frac{16}{15} \vec{E}, \quad \vec{E}_2 = -\frac{1}{15} \vec{E}$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{16}{15} E}{-\frac{1}{15} E} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{2d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = 4$$

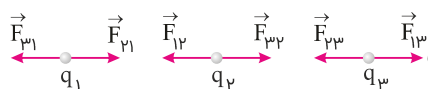
با لغزش میله به طرف چپ، مساحت قاب کاهش یافته و در نتیجه شار گذرنده از آن نیز کم می‌شود؛ بنابراین جریان در قاب به گونه‌ای ایجاد خواهد شد که میدانی درون سو (هم‌سو با میدان اصلی) بسازد تا به این طریق از کاهش شار جلوگیری نماید. در نتیجه طبق قاعده دست راست مطابق شکل جهت جریان الکتریکی در میله از M به N خواهد بود.



حال برای تعیین تغییرات اندازه جریان دقت کنید که حرکت میله شتاب‌دار و میله از حال سکون شروع به حرکت کرده است، پس حرکت میله تندشونده و $\vec{v}$ در حال افزایش است، لذا طبق رابطه $I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$ شدت جریان نیز در حال افزایش خواهد بود.

مطابق قانون سوم نیوتن و اینکه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هریک از بارها برابر با صفر است، داریم:

مطابق شکل با خنثی شدن بار q_1 ، نیروی خالص وارد بر بار q_2 ، $\vec{F}_{32}$ (به سمت راست) و نیروی خالص وارد بر بار q_3 ، $\vec{F}_{23}$ (به سمت چپ) است.



$$\vec{F}_{31}, \vec{F}_{12}, \vec{F}_{23}, \vec{F}_{32}, \vec{F}_{13}$$

ابتدا محاسبه می‌کنیم که در طول ماه آبان (۳۰ شبانه‌روز)، این وسیله در مجموع به مدت چند ساعت انرژی الکتریکی مصرف کرده است:

$$t = 30 \times 4 = 120 \text{ h}$$

سپس باتوجه به بهای انرژی الکتریکی مصرفی، مقدار انرژی الکتریکی مصرف شده توسط این وسیله را می‌یابیم:

$$U = \frac{3960}{500} = 7.92 \text{ kWh}$$

توان مصرفی برابر است با:

$$P = \frac{U}{t} = \frac{7.92}{120} = \frac{66}{1000} \text{ kW} = 66 \text{ W}$$

حال جریان عبوری از این وسیله را می‌یابیم:

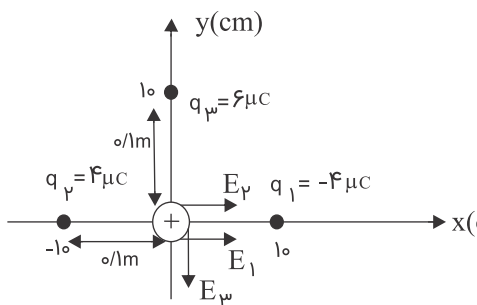
$$P = VI \Rightarrow 66 = 220I \Rightarrow I = 0.3 \text{ A} = 300 \text{ mA}$$

وقتی خازن پُر شده را از باتری جدا می‌کنیم، بار آن ثابت می‌ماند. باتوجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن و ظرفیت آن داریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} U = \frac{Q^2}{2\kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} \Rightarrow U = \frac{Q^2}{2\kappa \epsilon_0 A} d$$

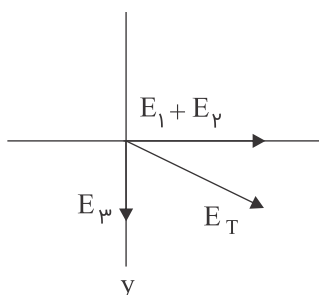
باتوجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن و فاصله بین صفحات خازن، نمودار انرژی خازن بر حسب فاصله بین صفحات آن به صورت خط راستی است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد.

ابتدا باتوجه به علامت بارها میدان الکتریکی ناشی از هر بار را به طور جداگانه در مبدأ رسم می‌کنیم و سپس اندازه هر بردار را از رابطه $E = k \frac{q}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم.



$$\begin{cases} E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 3.6 \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 5.4 \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_3 = k \frac{q_3}{r_3^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 3.6 \times 10^6 \text{ N/C} \end{cases}$$

باتوجه به اینکه بارهای q_2 و q_3 مثبت هستند بردار میدان آن‌ها از نوع دافعه خواهد بود، اما بردار میدان q_1 به علت منفی بودن بار q_1 از نوع جاذبه خواهد بود، بنابراین طبق شکل برآیند میدان‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \\ \vec{E}_1 = \vec{E}_2 = 3.6 \times 10^6 \vec{i} \\ \vec{E}_3 = -5.4 \times 10^6 \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 7.2 \times 10^6 \vec{i} - 5.4 \times 10^6 \vec{j} = (7.2\vec{i} - 5.4\vec{j}) \times 10^6$$

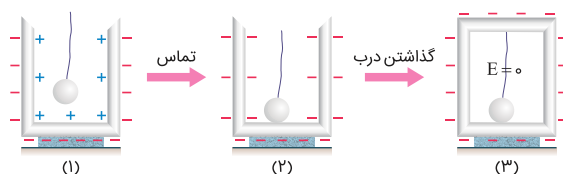
اگر پیچه عمود بر میدان قرار گیرد، بیشترین شار از آن عبور می‌کند. ابتدا در لحظه $t = 0$ ، $\Phi_{\max}$ است، سپس برای دومین بار در لحظه $\frac{T}{2}$ شار بیشترین مقدار خواهد شد.

$$100\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{1}{100} \text{ s}$$

که در این لحظه شار برابر است با:

$$\Phi = \lambda \times 10^{-3} \cos \pi = -\lambda \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

اگر مطابق شکل زیر، گلوله فلزی باردار را وارد ظرف رسانای بدون باری کنیم، در ظرف القاء بار انجام می‌شود (حالت ۱). حال اگر گلوله را با ظرف تماس دهیم، بار گلوله تخلیه نمی‌شود، بلکه بین ظرف و گلوله تقسیم می‌گردد، زیرا ظرف سطح بسته نیست و گلوله جزئی از سطح خارجی محسوب می‌شود (حالت ۲). حال اگر درب ظرف را با ماده رسانایی ببندیم، گلوله جزئی از سطح داخلی ظرف محسوب و تمام بار گلوله و سطح به سطح خارجی ظرف منتقل می‌شود (حالت ۳).



پس از اینکه کلید k_1 وصل می‌شود، کره‌های رسانای مشابه A و B دارای بارهای الکتریکی یکسانی می‌شوند.

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-4 + 12}{2} = 4 \text{ nC}$$

با وصل کلید k_2 ، تمامی بار کره B به پوسته منتقل می‌شود؛ زیرا در هر جسم رسانا بارها در سطح بیرونی جسم توزیع می‌شوند. پس بار خالص پوسته، 4 nC ، بار کره A، 4 nC و بار کره B، صفر خواهد شد.

باتوجه به تعادل ذره در حالت اول می‌فهمیم که نیروی برآیند وارد بر آن صفر است؛ بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالا می‌باشد. با کم کردن فاصله بین دو صفحه، طبق رابطه $E = \frac{V}{d}$ ، میدان الکتریکی بین دو صفحه افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر ذره نیز افزایش می‌یابد و بر نیروی وزن آن غلبه می‌کند و در نتیجه باعث می‌شود که ذره به سمت بالا حرکت کند.

مقادیری که روی لامپ نوشته شده، مقادیر اسمی هستند. باتوجه به انرژی مصرفی لامپ خواهیم داشت:

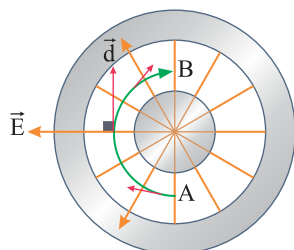
$$E = P' \cdot t \Rightarrow 96 \times 10^3 = P' \times 25 \times 60 \Rightarrow P' = 64 \text{ W}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \Rightarrow \frac{64}{100} = \left(\frac{V'}{100}\right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{V'}{100} \Rightarrow V' = 160 \text{ V}$$

$$\text{درصد تغییرات اختلاف پتانسیل} = \frac{\Delta V}{V} \times 100 = \frac{160 - 200}{200} \times 100 = -20\%$$

خطوط میدان الکتریکی به صورت شعاعی هستند و جابه‌جایی در هر نقطه از نیم‌دایره مماس بر مسیر حرکت است و چون شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس در هر لحظه جابه‌جایی بر خطوط میدان عمود خواهد بود:

$$W_E = |q|Ed \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ, \cos 90^\circ=0} W_E = 0$$



با استفاده از رابطه توان خروجی یک مولد ($P_{\text{خروجی}} = \epsilon I - r I^2$)، در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } 20 = \epsilon \times 2 - r \times 4 \\ \text{حالت دوم: } 18 = \epsilon \times 3 - r \times 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} r = 4 \Omega \\ \epsilon = 18 \text{ V} \end{cases}$$

جهت میدان الکتریکی از صفحه مثبت به سمت منفی است. الکترون (به دلیل اینکه دارای بار منفی است) در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند و از نقاط با پتانسیل کمتر به نقاط با پتانسیل بیشتر حرکت می‌کند و با این حرکت، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = q\Delta V \xrightarrow{q<0, \Delta V>0} \Delta U < 0$$

ابتدا نسبت مقاومت سیم A به B را محاسبه می‌کنیم.

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$R = \rho' \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^4 \xrightarrow{r_A=2r_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{16}$$

چون در نمودار $I - V$ ، شیب نمودار با اندازه مقاومت نسبت عکس دارد، نمودار با شیب بیشتر مربوط به مقاومت A است که طبق قانون اهم و اطلاعات روی نمودار گزینه "۲"، داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{0/4}{6/4} = \frac{1}{16}$$

$$C = 2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$V_2 = V_1 + 1$$

$$U_2 - U_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} C V_2^2 - \frac{1}{2} C V_1^2 = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} C ((V_1 + 1)^2 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} (V_1^2 + 1 + 2V_1 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$V_1 = 2 \text{ V}$$

در حالت اول دی‌الکتریک بین صفحات، هوا بوده و ضریب دی‌الکتریک آن برابر با ۱ است؛ بنابراین مطابق رابطه زیر، با تغییر دی‌الکتریک، ظرفیت خازن ۳/۵ برابر می‌شود.

$$C = k \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2 \epsilon_0 \frac{A}{d}}{k_1 \epsilon_0 \frac{A}{d}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} = 3/5$$

باتوجه به اینکه در هر دو حالت، خازن به یک باتری متصل است، ولتاژ دو سر خازن ثابت و برابر نیروی محرکه باتری می‌باشد. حال مطابق رابطه زیر با مقایسه انرژی در دو حالت مشاهده می‌شود که انرژی خازن نیز ۳/۵ برابر می‌شود.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{2} C_2 V^2}{\frac{1}{2} C_1 V^2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = 3/5$$

باتوجه به رابطه زیر و با ثابت بودن اختلاف پتانسیل دو سر خازن و فاصله بین صفحات، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن تغییری نمی‌کند.

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{|\Delta V_2|}{d_2}}{\frac{|\Delta V_1|}{d_1}} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 1$$

ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد و می‌دانیم اختلاف پتانسیل دو سر مولد، از رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می‌آید. داریم:

$$\begin{cases} V = \mathcal{E} - Ir \\ I = \mathcal{E} / \omega A \\ \mathcal{E} = \mathcal{F} / \omega V \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow \mathcal{F} = \mathcal{F} / \omega - r(\mathcal{E} / \omega) \Rightarrow \mathcal{E} / \omega = \mathcal{F} / \omega r \Rightarrow r = 1 \Omega$$

برای محاسبه مقاومت خارجی مدار داریم:

$$V = RI \Rightarrow \mathcal{F} = R \times \mathcal{E} / \omega \Rightarrow R = 1 \Omega$$

روش دیگر محاسبه مقاومت خارجی مدار به صورت زیر است:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Rightarrow \mathcal{E} / \omega = \frac{\mathcal{F} / \omega}{R + 1} \Rightarrow \mathcal{E} / \omega R + \mathcal{E} / \omega = \mathcal{F} / \omega \\ \Rightarrow \mathcal{E} / \omega R = \mathcal{F} \Rightarrow R = 1 \Omega$$

با استفاده از نیروهای وارد بر هر بار و رابطه آن‌ها با یکدیگر در حالت تعادل و نیز داده‌های سؤال، اندازه نیروی ربایش $\vec{F}$ که دو بار برهم وارد می‌کنند به دست می‌آید که از روی آن $|q|$ طبق رابطه کولن محاسبه می‌گردد. داریم:

در حالت تعادل: $\begin{cases} F = mg + T_1 \\ F + mg = T_2 \end{cases} \xrightarrow{T_2 = 3T_1} \frac{F + mg}{F - mg} = 3$

$$\xrightarrow{m = 20 \times 10^{-3} \text{ kg}} F = 2mg = 2 \times 20 \times 10^{-3} \times 10 = 4 \times 10^{-1} \text{ N} \quad (1)$$

$$F = k \frac{q^2}{r^2} \xrightarrow{(1)} 4 \times 10^{-1} = 9 \times 10^9 \frac{q^2}{(3 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-7} = 0.2 \mu\text{C}$$

دقت کنید چون میدان الکتریکی یکنواخت است، اندازه E در همه نقاط یکسان و باهم برابر است، پس:

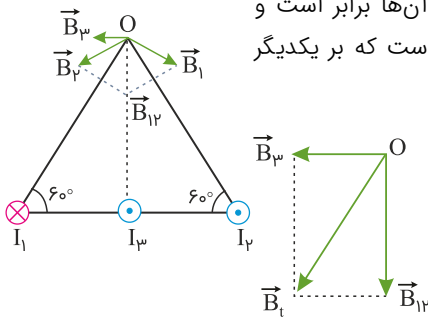
$$F_A = E_A |q_A| \Rightarrow 1 = E_A \times 20 \times 10^{-6} \Rightarrow E_A = 5 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E_B = E_A = 5 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$F_B = E_B |q_B| = 5 \times 10^4 \times 1/5 \times 10^{-3} = 1 \text{ N}$$

باتوجه به اینکه میدان در اطراف سیم راست بر خط واصل نقطه موردنظر تا سیم عمود است، پس میدان‌ها را در نقطه O رسم می‌کنیم. چون مثلث متساوی‌الاضلاع داریم، پس I_3 روی عمودمنصف ضلع پایین قرار دارد.

ازطرفی چون اندازه جریان‌ها برابر است و فاصله سیم‌های (۱) و (۲) تا نقطه O یکسان است، میدان آن‌ها برابر است و برآیند $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ روی ارتفاع مثلث قرار می‌گیرد. میدان کل، برآیند میدان‌های $\vec{B}_3$ و $\vec{B}_{12}$ است که بر یکدیگر عمودند و عقربه مغناطیسی در جهت $\vec{B}_t$ قرار می‌گیرد.



با حرکت سیم AC به سمت راست شار عبوری از حلقه سمت چپ افزایش و شار عبوری از حلقه سمت راست کاهش می‌یابد، بنابراین میدان مغناطیسی القاشده در حلقه سمت چپ درون‌سو و میدان مغناطیسی القاشده در حلقه سمت راست برون‌سو است؛ به عبارت دیگر جهت جریان در حلقه سمت چپ ساعت‌گرد و در حلقه سمت راست پادساعت‌گرد است.