

گزینه ۱

۱

چون اتلاف انرژی نداریم، می‌توان نوشت:

$$mL_V - m'L_F = 0 \Rightarrow m \times V/\Delta L_F - m'L_F = 0$$

$$\Rightarrow V/\Delta m - m' = 0 \Rightarrow V/\Delta m = m'$$

از طرفی چون جرم اولیه آب برابر با ۴۲۵ g بوده است، جرم آب تبخیر شده برابر است با:

$$m + m' = 425 \Rightarrow m + V/\Delta m = 425 \Rightarrow m = \frac{425}{\Delta/\Delta} = \Delta \cdot g$$

در نتیجه جرم یخ تولید شده برابر است با:

$$425 - \Delta = 375g$$

گزینه ۲

۲

 بنا بر رابطه حجم کره ( $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ) و رابطه چگالی ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) می‌توان نوشت:

$$\frac{m_{Cu}}{m_{Al}} = \left(\frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}}\right) \times \left(\frac{r_{Cu}}{r_{Al}}\right)^3$$

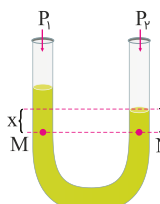
$$\Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \times \left(\frac{10}{30}\right)^3 \Rightarrow \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} = \frac{1}{9} \times 27 = 3$$

گزینه ۱

۳

از آنجایی که مخزن گاز وصل شده به شاخه سمت راست، فشار بیشتری دارد، بنابراین مایع داخل لوله از این شاخه پایین می‌آید و از شاخه سمت چپ بالا خواهد رفت. (نادرستی گزینه‌های "۲" و "۴")

 از طرفی باتوجه به برابر بودن قطر دو شاخه لوله، وقتی مایع از شاخه سمت راست به اندازه  $x$  سانتی‌متر پایین بیاید، از شاخه سمت چپ به اندازه  $x$  سانتی‌متر بالا خواهد رفت. بنابراین در سطح هم‌تراز جدید خواهیم داشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 + \rho g(\Delta x) = P_2$$

$$\Rightarrow 105 \times 10^3 = 10^3 \times 10^3 + 400 \times 10 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

گزینه ۳

۴

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1680 = 0.1 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 4^\circ\text{C}$$

چگالی آب بین دمای صفر تا ۴ درجه سلسیوس افزایش می‌یابد.

فقط قسمت "ب" اشتباه است و به صورت زیر باید باشد:

$$۱ \text{ J} = (1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}) (\frac{۱۰۰۰ \text{ g}}{۱ \text{ kg}}) (\frac{۱۰۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}})^2 = ۱۰^۷ \text{ g} \cdot \text{cm}^2 / \text{s}^2$$

بررسی سایر موارد:

$$\text{الف: } ۱ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = (1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}) (\frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^3 \text{ g}}) (\frac{۱۰۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}})^3 = ۱۰۰۰ \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\text{ج: } ۱ \text{ ccd} = (1 \text{ ccd}) (\frac{۱ \text{ cd}}{۱۰۰ \text{ ccd}}) (\frac{۱۰ \text{ dcd}}{۱ \text{ cd}}) = ۱۰^{-1} \text{ dcd} \quad (\text{cd: کندلا})$$

$$\text{د: } ۰/۵ \text{ cm}^3 = (۰/۵ \text{ cm}^3) (\frac{۱۰ \text{ mm}}{۱ \text{ cm}})^3 = ۵۰۰ \text{ mm}^3$$

اگر  $L_{Fe}$  را طول میله آهنی و  $L_{Cu}$  را طول میله مسی بنامیم، باتوجه به ضریب انبساط طولی آهن و مس، طول میله آهنی باید بزرگتر باشد. داریم:

$$L_{Fe} = L_{oFe} + L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta T \quad , \quad L_{Cu} = L_{oCu} + L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta T$$

$$L_{oFe} - L_{oCu} = ۱۰ \text{ cm} \quad , \quad L_{Fe} - L_{Cu} = ۱۰ \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L_{oFe} + L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta T - (L_{oCu} + L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta T) = ۱۰ \text{ cm}$$

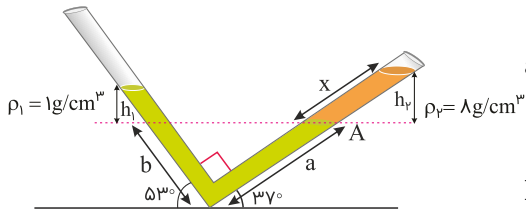
$$\Rightarrow (L_{oFe} - L_{oCu}) + L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta T - L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta T = ۱۰ \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L_{oFe} \alpha_{Fe} \Delta T - L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta T = ۱۰ - ۱۰ = ۰ \Rightarrow L_{oFe} \alpha_{Fe} = L_{Cu} \alpha_{Cu}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_{oFe} \alpha_{Fe} = (L_{oFe} - ۱۰) \alpha_{Cu} \\ (۱۰ + L_{oCu}) \alpha_{Fe} = L_{oCu} \alpha_{Cu} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_{oFe} = \frac{۱۰ \alpha_{Cu}}{\alpha_{Cu} - \alpha_{Fe}} = \frac{۱۰ \times ۱/۷ \times ۱۰^{-۵}}{۵ \times ۱۰^{-۶}} = ۳۴ \text{ cm} \\ L_{oCu} = \frac{۱۰ \alpha_{Fe}}{\alpha_{Cu} - \alpha_{Fe}} = \frac{۱۰ \times ۱/۲ \times ۱۰^{-۵}}{۵ \times ۱۰^{-۶}} = ۲۴ \text{ cm} \end{cases}$$

باتوجه به شکل داریم:



$$a \sin 37^\circ = b \sin 53^\circ \Rightarrow a \times (0.6) = b \times (0.8) \Rightarrow 3a = 4b \quad (1)$$

باتوجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن داریم:

$$P_B = P_A \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow (9 - b) \times \sin 53^\circ \times 1 = (13 - a) \times \sin 37^\circ \times 0.8$$

$$\Rightarrow (9 - b) \times 0.8 \times 1 = (13 - a) \times 0.6 \times 0.8$$

$$\Rightarrow 5(9 - b) = 3(13 - a)$$

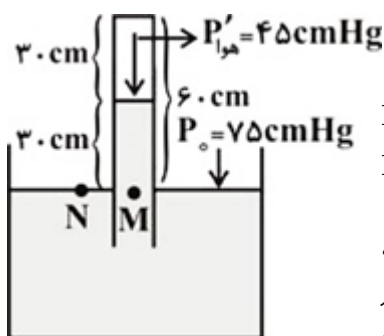
$$\Rightarrow 45 - 5b = 39 - 3a \xrightarrow{(1)} 45 - 5b = 39 - 4b$$

$$\Rightarrow b = 6 \text{ cm} \xrightarrow{(1)} a = \frac{4}{3} \times 6 = 8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow x = 13 - a \Rightarrow x = 13 - 8 = 5 \text{ cm} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

دماسنج ترموکوپل از دو فلز غیرهمجنس تشکیل شده است که دو فلز در دو نقطه به یکدیگر متصل شده‌اند، اتصال‌های آن‌ها در دو دمای مختلف قرار می‌گیرد. این اختلاف دما در دو سر فلز غیرهمجنس سبب ایجاد اختلاف پتانسیل الکتریکی در محل اتصال‌ها می‌شود و در مدار جریان الکتریکی به وجود می‌آید، به عبارت دیگر در این دماسنج تغییر دما باعث تغییر جریان الکتریکی می‌شود و اندازه‌گیری دما بر مبنای تغییر جریان الکتریکی عبوری از مدار است.

فشار در نقطه M برابر فشار ناشی از ستون جیوه ( $P''$ ) و فشار هوای محبوس در انتهای لوله ( $P'$ ) است. باتوجه به اصل برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار در نقاط هم‌تراز M و N برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

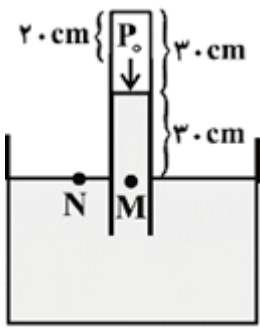


$$P_M = P_N = P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

$$P_M = P' + P'' \xrightarrow{\substack{P_M = 75 \text{ cmHg} \\ P' = 45 \text{ cmHg}}} P'' = 75 - 45 = 30 \text{ cmHg}$$

بنابراین ارتفاع ستون جیوه درون لوله از سطح آزاد جیوه برابر با ۳۰ cm است؛ لذا طول بخشی از لوله که هوا درون آن محبوس می‌باشد برابر (۶۰ - ۳۰ = ۳۰ cm) است. مطابق شکل زیر چنانچه یک سوراخ در فاصله ۲۰ سانتی‌متر از انتهای بسته لوله ایجاد کنیم، فشار در انتهای لوله برابر با فشار هوای بیرون؛ یعنی

۷۵ cmHg خواهد شد در این صورت فشار روی ستون جیوه درون لوله افزایش می‌یابد و جیوه درون لوله پایین می‌رود تا اینکه سطح جیوه درون لوله و ظرف یکسان شود؛ بنابراین جیوه ۳۰ cm پایین خواهد آمد.



گزینه ۱

۱۰

گام اول

الف) چگالی جسم A،  $\frac{1}{5}$  برابر چگالی جسم B ←  $\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1/5$   
 ب) اگر جرم ۵۰۰ سانتی‌مترمکعب از جسم B برابر ۲۰۰ گرم باشد ←  $m_B = 200\text{ g}, V_B = 500\text{ cm}^3$   
 ج) جرم ۲۰۰ سانتی‌مترمکعب از جسم A چند گرم است؟ ←  $m_A = ?, V_A = 200\text{ cm}^3$

گام دوم

کافی است نسبت  $\frac{\rho_A}{\rho_B}$  را نوشته و جرم جسم A را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{m_A}{200} \times \frac{500}{200} \Rightarrow m_A = 120\text{ g}$$

گزینه ۴

۱۱

کل گرمایی که آب  $50^\circ\text{C}$  از دست می‌دهد تا به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود و یخ آن را می‌گیرد برابر است با:

(آب  $50^\circ\text{C}$ ) → (آب  $0^\circ\text{C}$ )

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=0-50=-50^\circ\text{C}]{m=100\text{ g}, c=4/2\text{ J/g}\cdot^\circ\text{C}} Q = 100 \times 4/2 \times (-50) \Rightarrow Q = -21000\text{ J}$$

کل گرمایی که یخ  $0^\circ\text{C}$  نیاز دارد تا به آب  $0^\circ\text{C}$  تبدیل شود برابر است با:

$$Q' = m'L_F \xrightarrow[L_F=340\text{ J/g}]{m'=100\text{ g}} Q' = 100 \times 340 \Rightarrow Q' = 34000\text{ J}$$

چون مقدار کل گرمایی که آب از دست می‌دهد کمتر از مقدار گرمایی است که برای ذوب کل یخ لازم است ( $|Q| < Q'$ )، بنابراین مقداری از یخ باقی می‌ماند. در نتیجه چون آب و یخ در تعادل گرمایی‌اند، دمای تعادل آن‌ها  $0^\circ\text{C}$  است.

گزینه ۱

گام اول

اگر  $\frac{1}{3}$  حجم مخلوط، از مایعی با چگالی  $\rho_1$  بوده و  $\frac{2}{3}$  حجم آن از مایعی با چگالی  $\rho_2$  باشد  $\leftarrow V_1 + V_2 = V, V_1 = \frac{V}{3}, V_2 = \frac{2V}{3}$

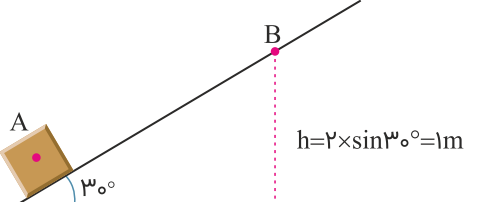
گام دوم

کافی است از رابطه  $m = \rho V$  استفاده کرده و مقادیر  $m_1$  و  $m_2$  را برحسب  $\rho V$  به دست آوریم، به این ترتیب  $\rho$  برحسب  $\rho_1$  و  $\rho_2$  به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \rho = \frac{m}{V} \\ m_1 + m_2 = m \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$= \frac{\rho_1 \times \frac{V}{3} + \rho_2 \times \frac{2V}{3}}{\frac{V}{3} + \frac{2V}{3}} = \frac{\rho_1}{3} + \frac{2\rho_2}{3} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

گزینه ۳



در رفت، همه انرژی جنبشی اولیه جسم در نقطه A به انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه B و گرمایی که در اثر اصطکاک در این مسیر به وجود می‌آید، تبدیل می‌شود؛ یعنی:

$$K_A = U_B + |W_f|_{\text{رفت}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh + |W_f|_{\text{رفت}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times (6)^2 = 1 \times 10 \times 1 + |W_f|_{\text{رفت}} \Rightarrow |W_f|_{\text{رفت}} = 8 \text{ J}$$

اما اول اینکه کار نیروی اصطکاک در رفت و برگشت یکسان است و دوم اینکه کار نیروی اصطکاک در رفت و برگشت منفی است، پس داریم:

$$W_f = 2 \times (-8) = -16 \text{ J}$$

گزینه ۳

تندی برخورد گلوله‌ها به سطح زمین در شرایط بدون مقاومت هوا به زاویه پرتاب نسبت به خط افق و جرم گلوله‌ها بستگی ندارد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{حذف } m \text{ از طرفین} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

هر ۳ گلوله با یک تندی اولیه و از یک ارتفاع به طرف بالا پرتاب شده‌اند؛ پس تندی برخورد هر سه به سطح زمین یکسان است:

$$v_1 = v_2 = v_3$$

اما جرم گلوله‌ها در انرژی جنبشی گلوله‌ها هنگام برخورد به زمین مؤثر است.

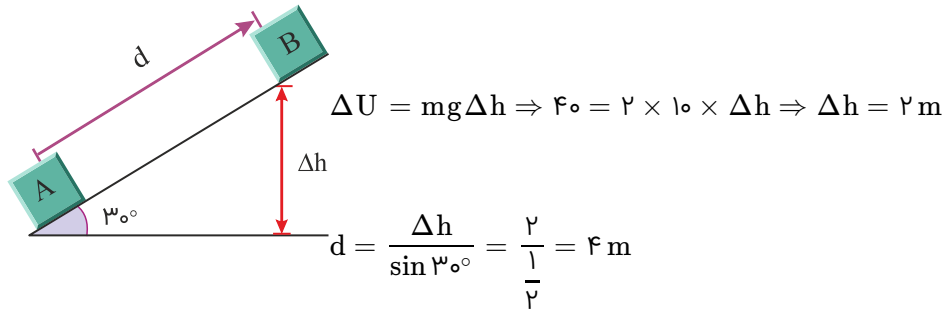
$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow m_3 > m_2 > m_1 \Rightarrow K_3 > K_2 > K_1$$

$$W_{\text{بالابر}} = mgh = 600 \times 10 \times 50 = 300000 = 300 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{بالابر}}}{t} = \frac{300}{60} = 5 \text{ kW}$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان مصرفی}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = \frac{5}{0.5} = 10 \text{ kW}$$

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه  $\Delta U = mg\Delta h$  به دست می‌آید.



حال با استفاده از رابطه زیر  $d$  را می‌یابیم:

از آنجایی که مطابق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم گاز خارج شده و گاز باقی‌مانده برابر با جرم گاز اولیه است و می‌دانیم حجم گاز باقی‌مانده در مخزن برابر با همان حجم اولیه یعنی حجم مخزن است، لذا با استفاده از قانون گازها داریم:

$$n_0 = n_1 + n_2$$

$$\frac{n = \frac{PV}{RT}}{T = \text{ثابت}} \rightarrow P_0 V_0 = P_1 V_1 + P_2 V_2 \Rightarrow 4 \times 8 = P_1 \times 8 + 2(2 \times 3)$$

$$\Rightarrow P_1 = 2/5 \text{ atm}$$

ابتدا ضریب انبساط حجمی را از  $(^\circ\text{F})^{-1}$  به  $\text{K}^{-1}$  تبدیل می‌کنیم. طبق رابطه  $\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta$ ،  $1^\circ\text{F}$  تغییر دما، برابر با  $\frac{5}{9}^\circ\text{C}$  و یا  $\frac{5}{9} \text{ K}$  تغییر دما است؛ بنابراین:

$$\beta = 2 \times 10^{-5} (^\circ\text{F})^{-1} \Rightarrow \beta = 2 \times 10^{-5} (^\circ\text{F})^{-1} \times \frac{^\circ\text{F}}{\frac{5}{9} \text{ K}}$$

$$\Rightarrow \beta = 3/6 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

باتوجه به اینکه  $\beta_{\text{جامد}} = 3\alpha$  است، ضریب انبساط طولی فلز برابر است با:

$$\beta = 3\alpha \Rightarrow 3/6 \times 10^{-5} = 3\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} = \frac{6}{5} \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

اختلاف نیرویی که آب به سطح مقطع‌های بالایی و پایینی وارد می‌کند به دلیل اختلاف فشار این دو نقطه است، بنابراین:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = 1000 \times 10 \times (50 - 10) \times 10^{-2} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

اختلاف نیرو برابر است با:

$$\Rightarrow \Delta F = \Delta P A = 4 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-4} = 8 \text{ N}$$

افزایش حجم ظرف - افزایش حجم مایع = حجم مایع بیرون ریخته شده

$$\Rightarrow \Delta V = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} \Rightarrow \Delta V = V_1 \beta \Delta T - V_1 \alpha \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_1 (\beta - \alpha) \Delta T \Rightarrow \beta - \alpha = \frac{\Delta V}{V_1 \Delta T} \Rightarrow \alpha = \beta - \frac{\Delta V}{V_1 \Delta T}$$

$$\Rightarrow \alpha = 18 \times 10^{-5} - \frac{15/2}{1000 \times 100} = 2/8 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} \Rightarrow \alpha \simeq 9/3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

باتوجه به اینکه دقت اندازه‌گیری این خط‌کش برابر با  $1/5 \text{ cm}$  است، باید عدد گزارش شده مضرب صحیحی از  $1/5$  سانتی‌متر باشد و تنها گزینه "۴" چنین ویژگی را دارد.

$$30 = n \times 1/5 \Rightarrow n = 20$$

ابتدا هریک از عبارت‌ها را جداگانه برحسب میلی‌متر مکعب می‌یابیم:

$$\begin{aligned} 8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 &= 8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 \times \left( \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \times \frac{10^3 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right)^3 \\ &= 8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 \times \frac{10^6 \text{ mm}^3}{1 \text{ dm}^3} = 8 \times 10^{-8} \times 10^6 \text{ mm}^3 = 8 \times 10^{-2} \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 &= 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 \times \left( \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{10^3 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \right)^3 \\ &= 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 \times \frac{10^{-9} \text{ mm}^3}{1 \mu\text{m}^3} = 24 \times 10^8 \times 10^{-9} \text{ mm}^3 = 24 \times 10^{-1} \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

حال حاصل عبارت برابر است با:

$$8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 + 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 = 8 \times 10^{-2} \text{ mm}^3 + 24 \times 10^{-1} \text{ mm}^3 = 0.08 + 2.4 = 2.48 \text{ mm}^3$$

اختلاف فشار بالا و پایین برج برابر  $24 \text{ mmHg}$  است. این اختلاف فشار برحسب پاسکال برابر است با:

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow \Delta P = 13600 \times 10 \times 24 \times 10^{-3} = (136 \times 24) \text{ Pa}$$

عامل این اختلاف فشار، اختلاف ارتفاع بین بالا و پایین برج است. بنابراین داریم:

$$\Delta P = \rho' g h' \Rightarrow 136 \times 24 = 1/2 \times 10 \times h' \Rightarrow h' = 272 \text{ m}$$

گزینه "۱":

$$0/00027 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} = 2/7 \times 10^{-10} \text{ m} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 2/7 \times 10^{-1} \text{ nm}$$

گزینه "۲":

$$20 \text{ Mm} \times \frac{10^6 \text{ m}}{1 \text{ Mm}} = 2 \times 10^7 \text{ m} \times \frac{10^{-3} \text{ km}}{1 \text{ m}} = 2 \times 10^4 \text{ km}$$

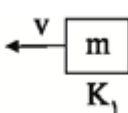
گزینه "۳":

$$200 \mu\text{m}^2 \times \frac{10^{-12} \text{ m}^2}{1 \mu\text{m}^2} = 2 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \times \frac{10^6 \text{ mm}^2}{1 \text{ m}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$$

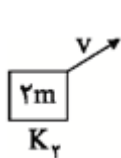
گزینه "۴":

$$0/000012 \text{ km}^2 = 1/2 \times 10^{-5} \text{ km}^2 \times \frac{10^{+6} \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} = 12 \text{ m}^2 \times \frac{10^{-6} \text{ hm}^2}{1 \text{ m}^2} = 1/2 \times 10^{-3} \text{ hm}^2$$

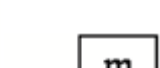
انرژی جنبشی هر یک از اجسام را به دست می‌آوریم:



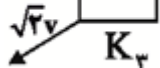
$$\Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$



$$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times (2m) \times v^2 = m v^2 \quad (2)$$



$$\Rightarrow K_3 = \frac{1}{2} m \times (\sqrt{2}v)^2 = m v^2 \quad (3)$$



$$\Rightarrow K_4 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4)$$

بنابراین باتوجه به روابط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2), (3), (4)} K_2 = K_3 > K_1 = K_4$$