۱ گزینه ۱

تعداد اعداد سه‌رقمی که با ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ می‌توان ساخت برابر است با:

$$\underbrace{\text{یکان}}_{\text{۵حالت}}\ \underbrace{\text{دهگان}}_{\text{۵حالت}}\ \underbrace{\text{صدگان}}_{\text{۵حالت}}$$

$$\Rightarrow ۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵$$

اعدادی که رقم دهگان و صدگان برابر هم و بزرگ‌تر از رقم یکان باشد عبارت‌اند از:

$$۲۲۱, ۳۳۱, ۴۴۱, ۵۵۱, ۳۳۲, ۴۴۲, ۵۵۲, ۴۴۳, ۵۵۳, ۵۵۴ \Rightarrow P = \frac{۱۰}{۱۲۵} = \frac{۲}{۲۵}$$

۲ گزینه ۳

در کل ۳ حالت وجود دارد که لباس‌ها همرنگ باشند، بنابراین $n(A) = ۳$ و در کل $۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$ حالت برای انتخاب لباس‌ها وجود دارد. پس:

$$n(S) = ۲۷$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۲۷} = \frac{۱}{۹}$$

۳ گزینه ۴

در سه پرتاب می‌خواهیم هیچ دو عدد زوجی به‌طور متوالی ظاهر نشوند، پس حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

الف) هر سه پرتاب فرد باشد:

$$۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$$

ب) دو پرتاب فرد و دیگری زوج باشد.

$$۳ \times (۳ \times ۳ \times ۳) = ۸۱$$

ج) پرتاب‌های اول و سوم زوج و پرتاب دوم فرد باشد.

$$۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$$
$$\Rightarrow n(A) = ۲۷ + ۸۱ + ۲۷\ ,\ n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{۲۷ + ۸۱ + ۲۷}{۲۱۶} = \frac{۵}{۸}$$

۴ گزینه ۳

گام اول

الف) اگر قرار باشد حداقل یکی از سکه‌ها رو بیاید، می‌تواند یک سکه رو و دیگری پشت بیاید و یا اینکه هر دو رو بیایند.

ب) اگر قرار باشد عدد تاس مضرب ۳ باشد، عدد رو شده ۳ یا ۶ است.

ج) اگر A پیشامد مطلوب خواسته شده باشد احتمال اتفاق افتادنش به صورت مقابل تعریف می‌شود: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

گام دوم

تعداد کل حالت‌ها در پرتاب دو سکه و یک تاس برابر است با:

$$n(S)=۲\times ۲\times ۶=۲۴$$

حالت‌های مطلوب به صورت زیر است:

$$A=\{(ر,پ,۳),(ر,پ,۶),(پ,ر,۳),(پ,ر,۶),(ر,ر,۳),(ر,ر,۶)\}$$

$$n(A)=۶$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۲۴}=\frac{۱}{۴}$$

۵ گزینه ۲

$$P(A')=۲P(A)\ ,P(A)+P(A')=۱\Rightarrow ۳P(A)=۱\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۳}$$

$$P(B')=۳P(B)\ ,P(B)+P(B')=۱\Rightarrow ۴P(B)=۱\Rightarrow P(B)=\frac{۱}{۴}$$

چون A و B ناسازگارند، پس $P(A\cap B)=۰$. درنتیجه:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}=\frac{۷}{۱۲}$$

۶ گزینه ۲

ابتدا اعداد اول کوچک‌تر از ۲۵ را مشخص می‌کنیم:

$A'=\{۲,۳,۵,۷,۱۱,۱۳,۱۷,۱۹,۲۳\}$ اعداد اول کوچک‌تر از ۲۵

$$P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{۹}{۲۴}$$

$$\Rightarrow P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۹}{۲۴}=\frac{۱۵}{۲۴}=\frac{۵}{۸}$$

دقت کنید که فضای نمونهٔ تعداد کل اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۵ است، پس: $n(S)=۲۴$

۷ گزینه ۲

کاپیتان فرد مشخصی از پایهٔ دهم نیست. دانش‌آموزان دهم ۳ نفر هستند، آن نفر مشخص را کنار می‌گذاریم، ۲ نفر باقی‌مانده دهم و ۷ نفر از پایه‌های دیگر کاندیدای کاپیتان‌شدن هستند (یعنی ۹ نفر کاندید هستند). بعدازاینکه کاپیتان انتخاب شد، افراد باقی‌مانده ۹ نفر هستند (از پایه‌های مختلف) که باید از بین آن‌ها ۴ نفر دیگر را انتخاب کنیم تا همراه کاپیتان انتخاب‌شده یک تیم ۵نفره تشکیل دهند.

$$\binom{۹}{۱} \times \binom{۹}{۴} = ۹ \times \frac{۹!}{۵! \times ۴!} = ۹ \times \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱}$$
$$= ۹ \times ۹ \times ۲ \times ۷ = ۱۱۳۴$$

۸ گزینه ۲

$$A = \{۲, ۴, ۶\}, B = \{۲, ۳, ۵\}, C = \{۳, ۶\}$$

پیشامد اینکه A یا C اتفاق بیفتد ولی B اتفاق نیفتد برابر است با:

$$(A \cup C) - B = \{۲, ۳, ۴, ۶\} - \{۲, ۳, ۵\} = \{۴, ۶\}$$

۹ گزینه ۴

قسمت هاشورخورده همان پیشامد $A - B$ است؛ یعنی اعضایی که عضو A هستند ولی عضو B نیستند.

$$A - B = \{x \in S | x \in A \wedge x \notin B\}$$

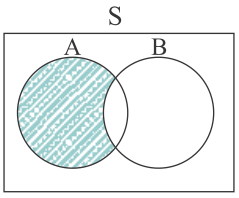
۱۰ گزینه ۳

بهتر است از پیشامد متمم استفاده کنیم، یعنی ابتدا فرض می‌کنیم مجموع دو عدد ۷ باشد:

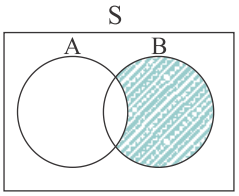
$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$
$$A = \{(۱, ۶), (۶, ۱), (۲, ۵), (۵, ۲), (۳, ۴), (۴, ۳)\} \Rightarrow n(A) = ۶$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$
$$\Rightarrow P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۱}{۶} = \frac{۵}{۶}$$

۱۱ گزینه ۲

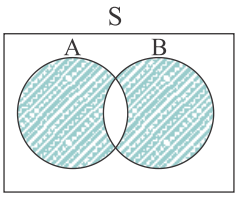
فقط A رخ دهد:



فقط B رخ دهد:



فقط A یا فقط B رخ دهد:



۱۲ گزینه ۴

تعداد کل مهره‌ها $= ۵ + ۳ + ۲ = ۱۰$

$$n(S) = \binom{۱۰}{۲} = \frac{۱۰!}{۸! \times ۲!} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸!}{۸! \times ۲!} = \frac{۱۰ \times ۹}{۲ \times ۱} = ۴۵$$

۱۳ گزینه ۴

چون یکی از ۳ تاس حتماً باید عدد ۶ و مجموع سه تاس برابر با ۱۰ باشد، پس مجموع دو عدد دیگر باید برابر با ۴ باشد.

$$A = \left\{ \begin{matrix} (۶,۱,۳)(۶,۲,۲)(۶,۳,۱) \\ (۱,۶,۳)(۳,۶,۱),(۲,۶,۲) \\ (۱,۳,۶)(۲,۲,۶)(۳,۱,۶) \end{matrix} \right\} \Rightarrow n(A) = ۹$$

۱۴ گزینه ۱

$$P(B') = \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۱ - P(B) = \frac{۳}{۴} \Rightarrow P(B) = \frac{۱}{۴}$$

برای هر دو پیشامد ناسازگار A و B داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پس در این سؤال:

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} = \frac{۷}{۱۲}$$

۱۵ گزینه ۲

تعداد دخترانی که در مقطع دکترا هستند ۸ نفر است و تعداد کل افراد ۴۰ نفر است، پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۸}{۴۰} = \frac{۱}{۵}$$

۱۶ گزینه ۳

وقتی چهارمین فرزند، دومین پسر است یعنی در ۳ فرزند قبلی یک پسر وجود دارد که به $\binom{۳}{۱}$ حالت امکان‌پذیر است. از طرفی فرزند پنجم هم پسر و هم دختر می‌تواند باشد، پس کلاً این پیشامد دارای $۲ \times \binom{۳}{۱}$ عضو است: $۳ \times ۲ = ۶$

۱۷ گزینه ۴

$$n(S) = ۵۰^\circ + ۷۰^\circ + ۹۰^\circ + ۱۵۰^\circ = ۳۶۰^\circ$$

احتمال اینکه روی ناحیهٔ سفید قرار گیرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵۰^\circ}{۳۶۰^\circ} = \frac{۵}{۱۲}$$

احتمال اینکه روی ناحیهٔ سفید قرار نگیرد:

$$P(A') = ۱ - P(A) \Rightarrow P(A') = ۱ - \frac{۵}{۱۲} = \frac{۷}{۱۲}$$

۱۸ گزینه ۳

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

A : مجموع دو عدد رو شده اول باشد $= \left\{ \begin{array}{l} (۱,۱), (۱,۲), (۱,۴), (۱,۶), (۲,۱), (۲,۳), (۲,۵), (۳,۲) \\ , (۳,۴), (۴,۱), (۴,۳), (۵,۲), (۵,۶), (۶,۱), (۶,۵) \end{array} \right\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۱۵}{۱۲}$$

۱۹ گزینه ۲

باتوجه‌به سؤال تکرار مجاز است:

$n(S) = ۴ \times ۴ = ۱۶$: کل اعداد دورقمی

اعدادی بر ۶ بخش‌پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیرند.
عددی بر ۲ بخش‌پذیر است که زوج باشد. عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که جمع ارقام آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

$A = \{۱۲, ۴۲, ۲۴\} \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۱۶}$: اعداد زوج و بخش‌پذیر بر ۳

۲۰ گزینه ۲

احتمال اینکه هر مهره از یک رنگ متمایز انتخاب شود را به دست می‌آوریم:

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۲۰$$
$$n(A) = \binom{۵}{۱} \times \binom{۴}{۱} \times \binom{۳}{۱} = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$$
$$P(A) = \frac{۶۰}{۲۲۰} = \frac{۳}{۱۱}$$

۲۱ گزینه ۲

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

جدول زیر، تعداد حالت‌هایی که در مجموع دو تاس به دست می‌آید را نشان می‌دهد:

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

آن‌هایی که جمعشان عددی اول و بزرگ‌تر از ۶ است (یعنی جمعشان ۷ یا ۱۱ است.) را مشخص کرده‌ایم، تعدادشان ۸تا است.
پس:

$$P\ (\text{مجموع اعداد ظاهرشده عددی اول و بزرگ‌تر از ۶ باشد.}) = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۲}{۹}$$

۲۲ گزینه ۳

کل اعداد سه رقمی که با ارقام ۱ تا ۵ می‌توانیم بنویسیم را حساب می‌کنیم:

$$n(S) = \underline{۵} \times \underline{۵} \times \underline{۵} = ۱۲۵$$

اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام را هم حساب می‌کنیم:

$$n(A') = \underline{۵} \times \underline{۴} \times \underline{۳} = ۶۰$$

پس تعداد اعدادی که رقم تکراری دارند، برابر است با:

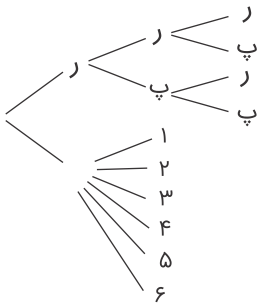
$$n(A) = ۱۲۵ - ۶۰ = ۶۵$$

و احتمال آنکه عدد انتخابی رقم تکراری داشته باشد، برابر است با:

$$P\ (A) = \frac{۶۵}{۱۲۵} = \frac{۱۳}{۲۵} = ۰/۵۲$$

۲۳ گزینه ۱

باتوجه‌به نمودار درختی زیر، فضای نمونه‌ای آزمایش موردنظر دارای ۱۰ عضو است.



$$A = \{(ر, پ, پ), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = ۹ \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = ۲^{۹} = ۵۱۲$$

۲۴ گزینه ۴

فضای نمونهٔ هرکدام از آزمایش‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. سکه دو حالت و هر تاس ۶ حالت دارد؛ پس:

$$n(S) = ۲ \times ۶ \times ۶ = ۷۲$$

۲۵ گزینه ۲

$$S = \{۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸\} \Rightarrow n(S) = ۶$$

بنابراین فضای نمونه ۶ عضو دارد.

۲۶ گزینه ۳

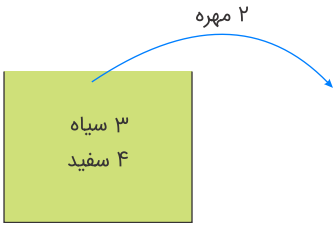
$$n(S) = \binom{۱۳}{۲} = \frac{۱۳!}{۱۱! \times ۲!} = \frac{۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱!}{۱۱! \times ۲!} = ۷۸$$

$$n(A) = \binom{۴}{۱}\binom{۶}{۱} + \binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱} + \binom{۶}{۱}\binom{۳}{۱}$$

$$= (۴ \times ۶) + (۴ \times ۳) + (۶ \times ۳) = ۲۴ + ۱۲ + ۱۸ = ۵۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵۴}{۷۸} = \frac{۹}{۱۳}$$

۲۷ گزینه ۲



$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷!}{۲!۵!} = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱$$

فرض کنید A پیشامد هم‌رنگ بودن مهره‌های خارج‌شده باشد.

$$n(A) = \underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{هر دو سفید}} + \underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{هر دو سیاه}} = \frac{۴!}{۲!۲!} + \frac{۳!}{۲!۱!} = ۶ + ۳ = ۹$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۹}{۲۱} = \frac{۳}{۷}$$

۲۸ گزینه ۱

فضای نمونه‌ای این آزمایش $۶^۲ = ۳۶$ حالت دارد.

فضای مطلوب به‌صورت زیر است:

$$A = \left\{ \begin{matrix} (۱,۱)(۱,۲),(۲,۱),(۱,۴),(۴,۱),(۱,۶),(۶,۱) \\ (۲,۳)(۳,۲)(۲,۵)(۵,۲)(۳,۴)(۴,۳) \\ (۵,۶)(۶,۵) \end{matrix} \right\}$$

این مجموعه ۱۵ عضوی است:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

۲۹ گزینه ۱

تعداد دخترهای شهرستانی:

$$n(A) = ۳۰۰$$
$$n(S) = ۵۰۰ + ۶۰۰ + ۳۰۰ + ۶۰۰ = ۲۰۰۰$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۰۰}{۲۰۰۰} = \frac{۳}{۲۰} \Rightarrow \frac{۳}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۱۵\%$$

۳۰

گزینه ۱

گام اول

الف) برای اینکه مهره‌ها هم‌رنگ باشند باید هر ۳ سیاه یا هر ۳ سفید باشند.

ب) فضای حالت به صورت انتخاب ۳ مهره از میان $۹ = ۵ + ۴$ مهرهٔ موجود است.

ج) پیشامد مورد نظر به صورت انتخاب ۳ مهره از میان ۴ مهرهٔ سفید یا انتخاب ۳ مهره از میان ۵ مهرهٔ سیاه تعریف می‌شود.

د) احتمال پیشامد A را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۶ \times ۶!} = ۸۴$$

$$n(A) = \binom{۴}{۳} + \binom{۵}{۳} = ۴ + ۱۰ = ۱۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۴}{۸۴} = \frac{۱}{۶}$$