۱

گزینه ۱

چون a مثبت و b منفی است، $|۲a-b| = ۲a-b$ و $|b| = -b$.
چون $|b| > |a|$ است، $|b+a| = -(a+b)$.
پس:

$$|۲a-b| + |b+a| - |b| = ۲a - b - (a+b) - (-b)$$
$$= ۲a - b - a - b + b = a - b$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۲

گزینه ۳

با جایگذاری $x = ۲$ در معادلهٔ داده‌شده داریم:

$$\frac{۲}{t-۱} + \frac{t+۱}{۱} = -۱ \Rightarrow \frac{۲}{t-۱} + t + ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow \frac{۲}{t-۱} = \frac{t+۲}{-۱} \Rightarrow t^۲ + t - ۲ = -۲ \Rightarrow t(t+۱) = ۰ \Rightarrow t = ۰ \text{ یا } -۱$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶

۳

گزینه ۲

اگر $\sqrt{x-۳} = t$ باشد، در این صورت $x = t^۲ + ۳$ و معادله به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$t + \sqrt{t^۲ + ۳ + ۹t} = ۷ \Rightarrow \sqrt{t^۲ + ۹t + ۳} = ۷ - t$$
$$\Rightarrow t^۲ + ۹t + ۳ = t^۲ - ۱۴t + ۴۹$$
$$\Rightarrow ۲۳t = ۴۶ \Rightarrow t = ۲$$
$$\Rightarrow \sqrt{x-۳} = ۲ \Rightarrow x - ۳ = ۴ \Rightarrow x = ۷$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۷

۴

گزینه ۲

$$-x^۲ + ۵x - ۶ \geq ۰ \Rightarrow -(x-۲)(x-۳) \geq ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۲ \leq x \leq ۳$$

حال با تعیین علامت عبارت داخل قدر مطلق‌ها وقتی‌که $۲ \leq x \leq ۳$ است، داریم:

$$(x-۲) + (۳-x) = ۲\sqrt{-x^۲ + ۵x - ۶} \Rightarrow ۲\sqrt{-x^۲ + ۵x - ۶} = ۱$$
$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} -۴x^۲ + ۲۰x - ۲۵ = ۰ \Rightarrow ۴x^۲ - ۲۰x + ۲۵ = ۰$$
$$\Rightarrow (۲x-۵)^۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۵}{۲} \text{ ق.ق}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۹

۵

گزینه ۱

از ویژگی زیر در حل معادله استفاده می‌کنیم:

$$|A| = |B| \Rightarrow A = \pm B$$

$$|۲x - ۸| - |۳x - ۲| = ۰ \Rightarrow |۲x - ۸| = |۳x - ۲|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x - ۸ = ۳x - ۲ \Rightarrow x = -۶ \\ ۲x - ۸ = -۳x + ۲ \Rightarrow x = ۲ \end{cases}$$

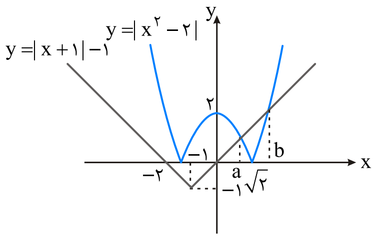
پس مجموع جواب‌های این معادله برابر با $-۶ + ۲ = -۴$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

۶

گزینه ۳

دو منحنی $y_۱ = |x + ۱| - ۱$ و $y_۲ = |x^۲ - ۲|$ را رسم می‌کنیم.



مجموعه جواب نامعادله (a, b) است. برای یافتن a، $۰ < x < \sqrt{۲}$ را در نظر می‌گیریم:

$$|x^۲ - ۲| = |x + ۱| - ۱ \Rightarrow -(x^۲ - ۲) = x + ۱ - ۱ \Rightarrow -x^۲ + ۲ = x \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (x + ۲)(x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \\ x = ۱ \end{cases} \xrightarrow{۰ < x < \sqrt{۲}} a = ۱$$

برای یافتن b , $x > \sqrt{۲}$ را در نظر می‌گیریم:

$$x^۲ - ۲ = x + ۱ - ۱ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow (x - ۲)(x + ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۱ \end{cases} \xrightarrow{b > \sqrt{۲}} b = ۲$$

$$\text{مجموعهٔ جواب} = (a, b) = (۱, ۲) \Rightarrow \frac{a + b}{۲} = \frac{۲ + ۱}{۲} = ۱/۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۷

گزینه ۱

$$x^۲ - ۹ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \geq ۹ \Rightarrow \begin{cases} x \geq ۳ \\ \text{یا} \\ x \leq -۳ \end{cases}$$

$$۴ - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \leq ۴ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۲$$

اشتراک دامنه‌ها تهی است؛ بنابراین معادله جواب ندارد.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۸ گزینه ۲

طبق نامساوی مثلثی داریم: اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، آنگاه $|a+b| \leq |a|+|b|$ و تساوی در صورتی برقرار است که $ab \geq ۰$ باشد. یعنی باید a و b هر دو هم علامت باشند تا تساوی برقرار شود.
حال اگر این مطلب را به رابطهٔ $|x+y+z| \leq |x|+|y|+|z|$ تعمیم دهیم و با توجه به این که x و y و z سه عدد غیر صفرند، باید x و y و z هم علامت باشند تا تساوی برقرار شود. (البته جواب سؤال را با عددگذاری و امتحان گزینه ها هم می‌توانستیم به دست آوریم.)

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۹ گزینه ۳

$$\frac{a+۱}{-x(x-۱)}+\frac{۱}{x-۱}=۱ \Rightarrow \frac{a+۱-x}{-x(x-۱)}=۱$$
$$\xrightarrow{x\neq ۰, x\neq ۱} a+۱-x=-x^{۲}+x \Rightarrow x^{۲}-۲x+a+۱=۰$$

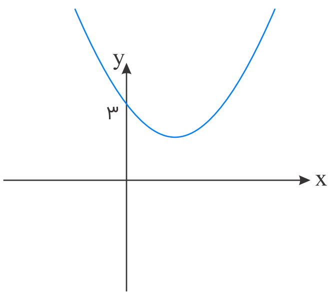
ریشهٔ مضاعف یعنی $\Delta = ۰$:

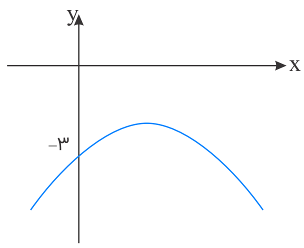
$$\Delta=(-۲)^{۲}-۴(۱)(a+۱)=۰ \Rightarrow ۴-۴(a+۱)=۰$$
$$\Rightarrow ۱-a-۱=۰ \Rightarrow a=۰$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

۱۰ گزینه ۴

حالت ۱)





$a>۰ \Rightarrow -\frac{\Delta}{۴a}=۳ \Rightarrow \Delta=-۱۲a \Rightarrow ۹+۸a=-۱۲a \Rightarrow a=-\frac{۹}{۲۰}$ غیرقابل‌قبول چون باید $a>۰$ باشد

حالت ۲)

$$a<۰ \Rightarrow -\frac{\Delta}{۴a}=-۳ \Rightarrow \Delta=۱۲a$$
$\Rightarrow ۹+۸a=۱۲a \Rightarrow a=\frac{۹}{۴}$ غیرقابل‌قبول چون باید $a<۰$ باشد

پس مقداری برای a وجود ندارد که معادلهٔ فوق فقط ۱ جواب داشته باشد.

تالیفی سیدمحمدصالح ارشاد

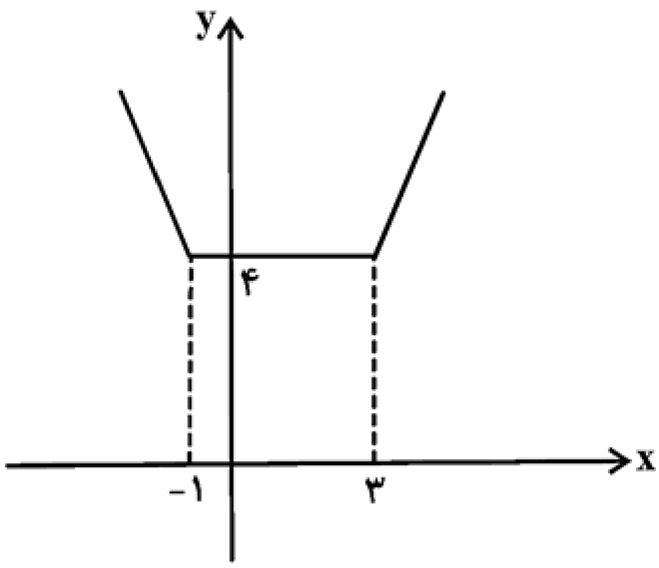
۱۱

گزینه ۲

معادلهٔ محور تقارن تابع $f(x)=|x-a|+|x-b|$ برابر با $x=\frac{a+b}{۲}$ است، پس در اینجا:

$$\frac{-۱+(-k)}{۲}=۱\Rightarrow k=-۳$$

نمودار f را رسم می‌کنیم:



پس باتوجه‌به گزینه‌ها، فقط معادلهٔ $f(x)=۴$ بی‌شمار جواب دارد. با جایگذاری $k=-۳$، فقط گزینهٔ "۲" به‌صورت $f(x)=۴$ درمی‌آید.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷

۱۲

گزینه ۱

$$\frac{۴(x+۱)-۴(x-۱)}{x^۲-۱}=\frac{x+۲-(x-۲)}{x^۲-۴}$$

$$\Rightarrow\frac{۸}{x^۲-۱}=\frac{۴}{x^۲-۴}\xrightarrow{x\neq\pm۱,\pm۲}۸x^۲-۳۲=۴x^۲-۴$$

$$\Rightarrow ۴x^۲=۲۸\Rightarrow x^۲=۷\Rightarrow x=\pm\sqrt{۷}\Rightarrow\sqrt{۷}+(-\sqrt{۷})=۰$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۱۳

گزینه ۲

ابتدا عبارت را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$k^۲=\frac{a+\frac{۱}{۲}}{a^۲}$$

$$\Rightarrow k^۲=\frac{\sqrt{۲}+\frac{۳}{۲}}{(\sqrt{۲}+۱)^۲}=\frac{\sqrt{۲}+\frac{۳}{۲}}{۲+۱+۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}+\frac{۳}{۲}}{۲(\sqrt{۲}+\frac{۳}{۲})}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow k^۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow k=\pm\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

باتوجه‌به اینکه $a>۰$ است، پس $k>۰$ است؛ یعنی $k=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۴

گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه $\sqrt{1-x^2} \geq 0$ است، پس باید $x \geq 0$. حال با به توان ۲ رساندن دو طرف معادله داریم:

$$\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow 1-x^2 = x^2$$
$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{x\geq 0} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین معادله تنها یک جواب دارد.

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۷

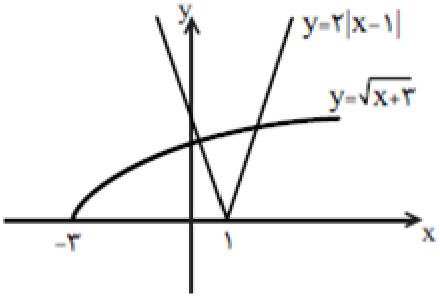
۱۵

گزینه ۲

$$\sqrt{x+3} - 2|x-1| = 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 2|x-1|$$

نمودار توابع با معادله‌های $y = \sqrt{x+3}$ و $y = 2|x-1|$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. توجه کنید که:

$$2|x-1| = \begin{cases} 2x-2 & ;x \geq 1 \\ -2x+2 & ;x < 1 \end{cases}$$



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید نمودارهای این دو تابع در دو نقطه متقاطع‌اند، پس معادلهٔ موردنظر دو ریشه دارد.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ تابستان ۱۳۹۸

۱۶

گزینه ۴

$$|2x+1| = 2 - |2a-1|$$

شرط آنکه معادلهٔ فوق جواب نداشته باشد این است که عبارت سمت راست منفی باشد:

$$2 - |2a-1| < 0 \Rightarrow 2 < |2a-1|$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 2a-1 > 2 \Rightarrow a > \frac{3}{2} \\ 2a-1 < -2 \Rightarrow a < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموعه جواب $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ است.

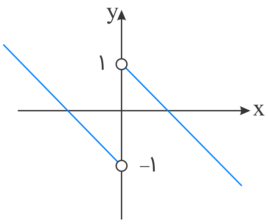
قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۱۷

گزینه ۱

ابتدا نمودار $f(x) = -x + \frac{x}{|x|}$ را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} x > 0 : f(x) = 1 - x \\ x < 0 : f(x) = -1 - x \end{cases}$$



طبق شکل و باتوجه‌به گزینه‌ها، تنها خطی که نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند $y = \frac{1}{3}$ است و خطوط $y = 3$، $y = -2$ و $y = 1$ هریک نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کنند.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۹

۱۸

گزینه ۳

$$\frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 3 - \sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x-1} + \frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 3$$
$$\Rightarrow \sqrt{x-1}+1+\frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 4$$
$$\xrightarrow[t\geq 1]{\sqrt{x-1}+1=t} t + \frac{3}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$$
$$\Rightarrow (t-1)(t-3) = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1 = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = 1 \\ t = 3 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1 = 3 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 2 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} : 1 + 5 = 6$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

۱۹

گزینه ۲

مجموع دو عبارت رادیکالی با فرجهٔ زوج برابر صفر است، پس معادله زمانی جواب دارد که هر دو رادیکال هم‌زمان صفر شوند:

$$x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

پس تنها $x = -3$ جواب معادله است.

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۹

۲۰

گزینه ۱

ابتدا نسبت طلایی را به دست می‌آوریم. فرض کنید $\frac{L}{W}=t$ باشد، پس:

$$\frac{L}{W}=\frac{W+L}{L}\Rightarrow\frac{L}{W}=\frac{W}{L}+۱\xrightarrow{\frac{L}{W}=t}t=\frac{۱}{t}+۱$$

$$t^{۲}-t-۱=۰\Rightarrow t=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}\xrightarrow{t>۰}t=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}\Rightarrow L=W(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲})$$

طبق فرض می‌دانیم محیط مستطیل $۱۶+۸\sqrt{۵}$ است؛ بنابراین:

$$۲(L+W)=۱۶+۸\sqrt{۵}\Rightarrow W(\sqrt{۵}+۳)=۱۶+۸\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow W=\frac{۱۶+۸\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}+۳}=۲+۲\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow L-W=W(\frac{\sqrt{۵}+۱-۲}{۲})=W(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲})$$

$$=(۲+۲\sqrt{۵})(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲})\Rightarrow L-W=۴$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۲۱

گزینه ۲

$$\sqrt{x^{۲}}=|x|\xrightarrow{x>۰}|x|=x$$
$$\sqrt[۳]{|x^{۳}|}=|x|\xrightarrow{x>۰}|x|=x$$
$$\Rightarrow x|x|+۲x-۱=۰\Rightarrow x^{۲}+۲x-۱=۰$$

برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم به‌دست‌آمده از روش Δ استفاده می‌کنیم:

$$\Delta=b^{۲}-۴ac=(۲)^{۲}-۴(۱)(-۱)=۴+۴=۸$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{-۲\pm\sqrt{۸}}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x_{۱}=\frac{-۲+۲\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}-۱\\ x_{۲}=\frac{-۲-۲\sqrt{۲}}{۲}=-\sqrt{۲}-۱\end{cases}$$

فقط مقدار $x_{۱}$ قابل‌قبول است، چون شرط سؤال $x>۰$ است.

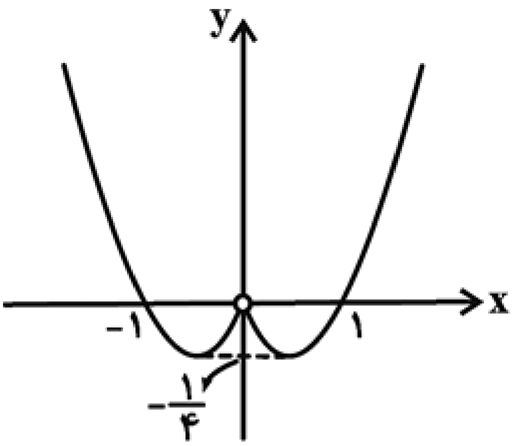
قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۲۲

گزینه ۳

نمودار تابع $y = x^{۲} - \frac{x^{۲}}{|x|}$ را رسم می‌کنیم:

$$y = x^{۲} - \frac{x^{۲}}{|x|} = \begin{cases} x^{۲} - x = (x - \frac{۱}{۲})^{۲} - \frac{۱}{۴} & ; x > ۰ \\ x^{۲} + x = (x + \frac{۱}{۲})^{۲} - \frac{۱}{۴} & ; x < ۰ \end{cases}$$



$y = k$ یک خط افقی است. برای آنکه این خط نمودار بالا را در ۴ نقطه قطع کند، باید $-\frac{۱}{۴} < k < ۰$ باشد.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۲۳

گزینه ۳

برای به دست آوردن تعداد نقاط تلاقی دو نمودار، کافی است معادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$\sqrt{۲x^{۲} - ۵x + ۲} = x - ۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲x^{۲} - ۵x + ۲ = x^{۲} - ۴x + ۴$$

$$\Rightarrow x^{۲} - x - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ & \text{غ.ق.ق} \\ x = ۲ \end{cases}$$

برای آنکه معادلهٔ تلاقی جواب داشته باشد، باید $x \geq ۲$ باشد، بنابراین $x = ۲$ تنها جواب این معادله است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۷ ۱۳۹۸

۲۴ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸
قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸

گام اول

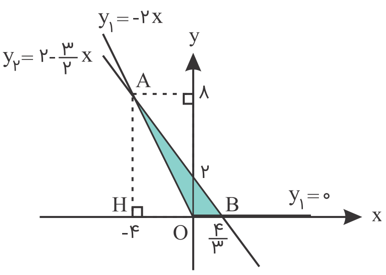
هر تابع شامل قدر مطلق را می‌توان به‌صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت. می‌دانیم: $|x| = \begin{cases} x & ;x \geq ۰ \\ -x & ;x < ۰ \end{cases}$

گام دوم

ابتدا ضابطهٔ تابع $y = |x| - x$ را برای مقادیر $x \geq ۰$ و $x < ۰$ به دست می‌آوریم:

$$y = |x| - x = \begin{cases} x - x = ۰ & ;x \geq ۰ \\ -x - x = -۲x & ;x < ۰ \end{cases}$$

نمودار هر دو تابع $y = |x| - x$ و $y = ۲ - \frac{۳}{۲}x$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



برای محاسبهٔ مساحت ناحیهٔ محصور بین دو منحنی ابتدا مختصات محل تلاقی؛ یعنی نقطهٔ A را با مساوی قرار دادن ضابطه‌ها تعیین می‌کنیم:

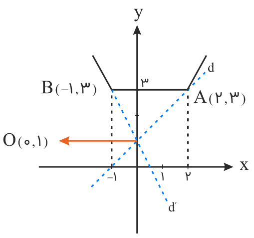
$$۲ - \frac{۳}{۲}x = -۲x \Rightarrow -۲x + \frac{۳}{۲}x = ۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}x = ۲ \Rightarrow x = -۴$$
$$\xrightarrow{y=-۲x} y = ۸ \Rightarrow A(-۴, ۸)$$

بنابراین ارتفاع مثلث $\overset{\Delta}{AB}C$ برابر ۸ است و مساحتش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{\overset{\Delta}{AB}C} = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times \frac{۴}{۳} = \frac{۱۶}{۳}$$

۲۵ گزینه ۱

برای اینکه دو نمودار تقاطع نداشته باشند، باید شیب خط از شیب خط d کمتر و از شیب خط d' بیشتر باشد، لذا داریم:



$$m_{OA} = \frac{۳-۱}{۲-۰} = ۱$$

$$k < m_{OA} \Rightarrow k < ۱ \quad (۱)$$

$$m_{OB} = \frac{۳-۱}{-۱-۰} = -۲ \quad , \quad m_{OB} < k \Rightarrow -۲ < k \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} -۲ < k < ۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸